A MÁSCARA DE PHI: A Beleza que só a Matemática Explica

Diego Vieira de Souza[1], *Fabio Barros de Sousa*[2], *Gabriela Silva do Monte*[3].

RESUMO
Esse trabalho apresenta o conceito de Razão Áurea e sua utilização no cotidiano, nas artes como representante Leonardo Da Vinci, na arquitetura, os Gregos e Egípcios, nas páginas de Sites e Redes Sociais, na Natureza e na Estética. Incluindo o Histórico do Número Áureo; A proporção Áurea e o número de ouro reproduzido por constantes algébricas e trigonométricas; a Máscara de *phi*, que é um trabalho realizado pelo Cirurgião Plástico Steven Marquartd que tem por objetivo comprovar a eficácia do número de ouro, pois suas medidas seguem o padrão da proporção áurea; Assim como a sequência de Fibonacci e o triângulo de Pascal. Como experimentos foram utilizadas fotos da celebridade Angelina Jolie e de Lizzie Velasquez que é considerada a "mulher mais feia do mundo". Para a imagem de Lizzie Velasquez foi utilizada a máscara de *phi* com o auxilio do *Cs Adobe Photoshop* para retirar as imperfeições e para que o rosto da mesma se enquadrasse no padrão de beleza estabelecido pela mídia e pela sociedade.

PALAVRAS CHAVE: Proporção áurea. Beleza. Número de Ouro. Máscara de *phi*.

[1] Licenciando em Matemática pela Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Email: diegosoneca1105@gmail.com.
[2] Mestrando em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Pará. Professor da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Email: fabiufpa@gmail.com@hotmail.com.
[3] Licenciando em Matemática pela Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Email: gabrieladomonte@outlook.com.

1. INTRODUÇÃO

Desde os primórdios o homem sempre foi atraído pela beleza e pela tal perfeição. Mas o que há por trás daquilo que chamamos de belo? Será que a ciência tem o poder de estabelecer o que é a perfeito?

A matemática através do misterioso “número *phi*” nos dar essa resposta, o mesmo surgiu como uma incógnita que poucos foram capazes de decifrar e que até hoje causa discussão e admiração sobre as suas propriedades.

O portal Info Escola afirma que existem diversos nomes para este número que são:

> Phi, f, Ø, $\frac{ax}{\partial x}$, 1,61803398..., número de ouro, razão áurea, razão de ouro, divina

proporção, proporção em extrema razão ou divisão de extrema razão, todas essas nomenclaturas e representações servem para representar um único e intrigante número, talvez o mais misterioso da história da humanidade e particularmente da matemática, o **Número de Ouro**. (PORTAL INFO ESCOLA)

Não se sabe ao certo a quantidade de aplicações existentes para o número áureo, mas o mesmo está presente nas flores, nas plantas, em triângulos e retângulos, nas construções, nas obras de arte, na anatomia humana, ou seja, pode-se afirmar que a razão divina está por toda parte, as vezes é utilizada por nós de maneira intuitiva, por isso muitos desconhecem suas relações, daí que surge a atribuição de ser um presente de Deus, pois ainda não foram descobertos todos os seus mistérios.

Este trabalho tem como objetivo evidenciar os ângulos concernentes ao estudo do número áureo, apresentando seu significado, a sua origem, o misticismo acerca dele, a sua constante presença ao nosso redor e a sua utilização na máscara de *phi*.

2. HISTÓRICO DO NÚMERO ÁUREO

Tantos os gregos quanto os egípcios sempre buscavam uma proporção ideal em suas artes e construções, o que resultou no que se conhece por retângulo de ouro, o mesmo segue uma relação entre o comprimento e a largura, onde a razão entre eles é de aproximadamente $1{,}618$, este valor foi denominado divina proporção. O papiro de Rhind ou Ahmes (egípcio) datado de cerca de 1650 a.C. é um exemplo da proporção áurea na antiguidade medindo 5,5 metros de comprimento por 0,32 de largura, traz em suas inscrições referências a uma “razão sagrada”.

O Partenon é exemplo da arquitetura grega que possui retângulos proporcionais, assim como as pirâmides egípcias que também possuem uma proporção ideal, onde a pedra inferior é sempre maior que a superior e independente do tamanho das mesmas a razão áurea sempre está presente.

As figuras a baixo mostram essas relações das medidas dessas construções antigas com a razão de ouro:

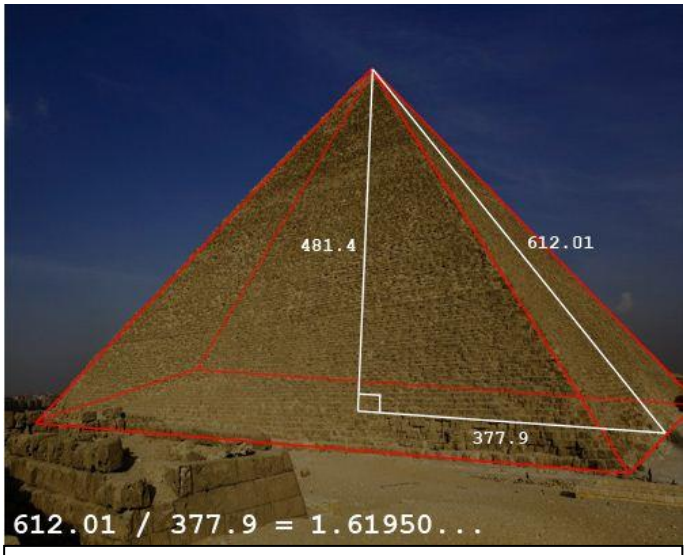

Figura 1 – Pirâmide do Egito.
Fonte: https://sophiaofnature.wordpress.com

A figura 1 mostra que a razão entre a altura de uma face e a metade do lado da base da grande pirâmide é igual ao numero de ouro.

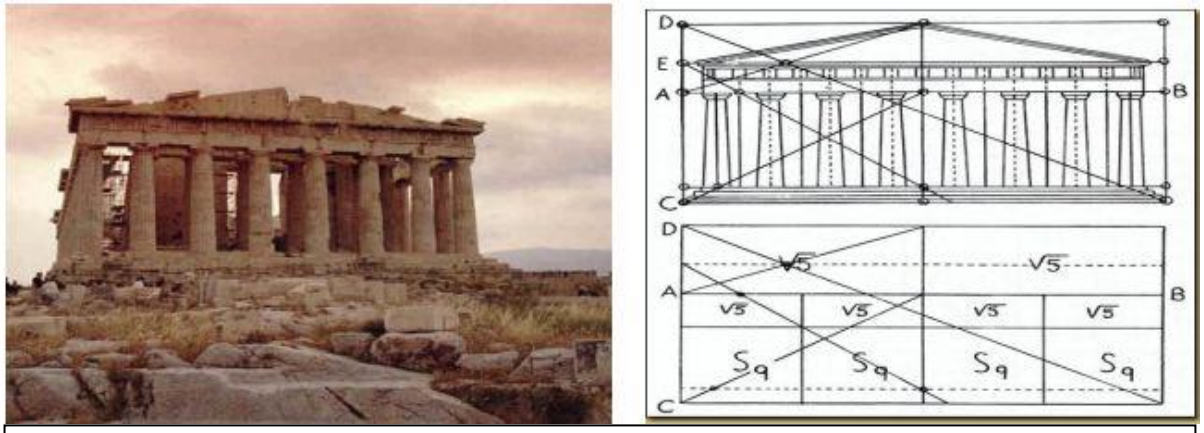

Figura 2 – Partenon.
Fonte: www.uel.brccematgeometricaartigosST-15-TC.pdf

Já no Partenon como se pode observar a sua planta foi construída com base em um retângulo de comprimento igual a raiz quadrada de 5 e a largura igual a 1.

Alguns sábios da era medieval, em especial os matemáticos, já buscavam respostas para tais perguntas em relação à beleza das coisas. Um pioneiro foi o italiano Leonardo de Pisa, conhecido por *Fibonacci*, que pelo início do século XIII, publicou em seu livro *Liber Abacci*, o problema dos pares de coelhos: “Quantos pares de coelhos podem ser gerados de um par de coelhos em um ano?” (Belussi *et*

all). Isto resultou na seguinte sequência $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \ldots\}$, nota-se que o quociente obtido entre a divisão de um termo e seu antecessor na sequência a partir do número 3 sempre convergirá para o número de ouro.

Nas artes vale destacar as pinturas de Leonardo da Vinci, o qual através de seus conhecimentos matemáticos utilizava o número de ouro em suas obras, ao retratar o homem Vitruviano mostra as partes do corpo humano que podem ser relacionadas a razão áurea, como por exemplo a razão da medida entre a testa e o umbigo com a do umbigo até os pés é igual a razão da medida entre o umbigo e os pés com a altura do indivíduo.

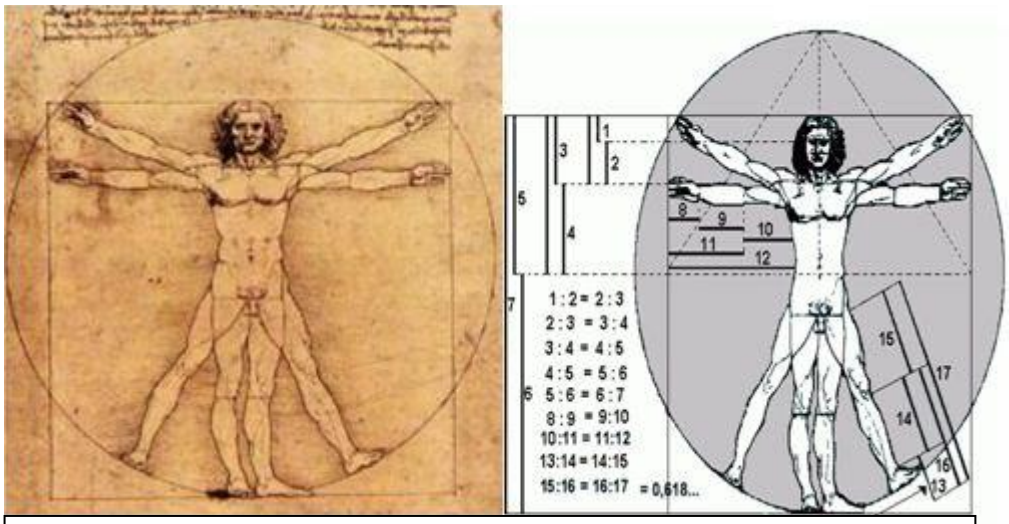

Figura 3 – Homem Vitruviano de Leonardo da Vinci.
Fonte: Arquivo Pessoal.

O homem Vitruviano é representado em forma de estrela de cinco pontas, que foi inspirado no pentágono regular e estrelado inscrito na circunferência, onde as dimensões do tipo $a: b = c: d$ mostradas na figura são uma notação de proporção.

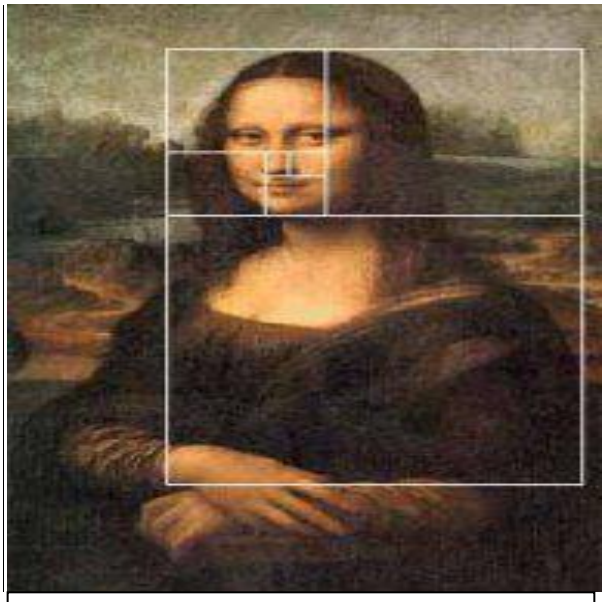

Figura 4 – Mona Lisa de Leonardo da Vinci.
Fonte: https://sophiaofnature.wordpress.com.

Também na sua obra a *Mona Lisa* é possível encontrar o retângulo de ouro em várias partes deste quadro, tanto no rosto quanto nas dimensões do quadro. Como por exemplo, ao sobrepor um retângulo no rosto da arte citada, observa-se que este possui a proporção do retângulo áureo, além disso, fazendo a divisão deste retângulo usando a linha dos olhos e traçando um segmento horizontal encontra-se novamente a divina proporção, estes procedimentos poderão também ser utilizados em outras partes da obra que terão o mesmo resultado.

De modo geral o numero de ouro está presente em todas as partes:

Na natureza: como por exemplo, as árvores de pinheiro devido o formato de suas copas e também no casco da concha Nautilus que se parece com a representação geométrica da sequencia de Fibonacci.

- **Na arquitetura:** o prédio da Organização das Nações Unidas e as obras de Oscar Niemeyer.
- **Na música:** a proporção harmônica produzida pelas diferentes medidas das cordas como também pelo formato dos instrumentos. Composições como dos músicos Mozart e Bethoveen (Quinta Sinfonia).
- **Nos sites e redes sociais:** o formato de algumas páginas da *internet* como, por exemplo, o *twitter* e *facebook* usam esse padrão.

3. A PROPORÇÃO ÁUREA E O NÚMERO DE OURO

A proporção áurea, ou “número divino” é uma constante real algébrica irracional com o valor de aproximadamente $1{,}618$ ... representada pela letra grega Φ (*phi*). Número que alguns acreditavam ser místico por ter propriedade ímpar, já que a razão obtida é quase perfeita variando somente após a quarta “casa” decimal.

Seja um segmento AB e um ponto C, entre AB, mais próximo de B do que de A. Como mostra a baixo:

A razão entre a parte menor e a parte maior é igual a razão entre a parte maior e o segmento total, isto é:

$$\frac{CB}{AC} = \frac{AC}{AB} = \Phi$$

Há de convir que se pode atribuir infinitos valores para as distâncias entre os segmentos AB, AC e CB, cuja a proporção entre eles resultará no valor esperado, por isso arbitrariamente diremos que o segmento $CB = 1$ e $AC = x$.

Substituindo os valores dados para as medidas dos segmentos na proporção:

$$\frac{CB}{AC} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{x}{x+1}$$

Fazendo o produto dos meios pelos extremos e passando os valores para o primeiro membro da equação:

$$-x^2 + \ x + 1 \ = \ 0$$

Resolvendo a equação quadrática, chega-se as seguintes soluções:

$$x' = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$x'' = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Por se tratar de medida considera-se o valor positivo. Então, a solução será:

$$x' = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1{,}61803398 \ldots$$

Daí, $\Phi = 1{,}61803398 \ldots$

Isto é denominado o número de ouro.

3.1 O Retângulo de Ouro

Outra maneira de se encontrar a razão áurea é utilizando inicialmente um quadrado. Seja um quadrado $ABCD$, de tal modo que o segmento CD corresponda a sua base. Este quadrado tem lado de medida arbitrária 1 com um ponto médio M_1 do segmento CD e M_2 do segmento AB. Traça-se uma diagonal M_2D, a qual estará representada pela letra r e em seguida constrói-se uma circunferência com centro em M_2 e raio M_2D, onde E é o ponto de interseção da circunferência com o segmento EF.

Portanto deu-se origem a um novo retângulo $ACEF$, denominado retângulo de ouro. Veja a figura 5:

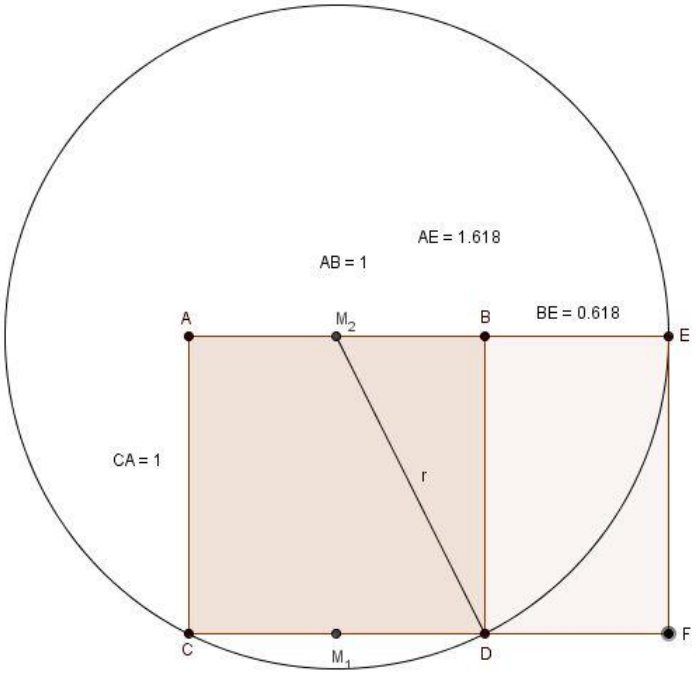

Figura 5- Retângulo de Ouro.
Fonte: Arquivo Pessoal.

Observando a figura 5 pode-se chegar a uma justificativa do que acontece no retângulo de ouro da seguinte forma:

$$AE = AB + BE$$

Fazendo as substituições das medidas de cada seguimento na equação à cima é fácil encontrar o número de ouro:

$$AE = 1 + 0{,}618$$

Logo,

$$AE = 1{,}618$$

Então:

$$AE = \Phi$$

Portanto mostrou-se que o retângulo de ouro é aquele em que a parte que forma um quadrado perfeito e o restante da figura fora do quadrado (que completa o retângulo) são diretamente proporcionais.

3.2 Outras formas de encontrar o número de ouro

Pode-se afirmar que assim como acontece com outros tipos de razões existem também outras maneiras de encontrar o número Φ através de:

- **Trigonometria**

$$\Phi = 2\ Cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

- **Fração contínua:**

$$\Phi = \mathbf{1} + \cfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} + \cfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} + \cfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} + \ \ldots}}}$$

- **Soma contínua de raízes quadradas de 1 :**

$$\Phi = \sqrt{\mathbf{1} + \sqrt{\mathbf{1} + \sqrt{\mathbf{1} + \cdots}}}$$

- **No estudo sequência de Fibonacci:**

$$F(n) = \frac{\Phi_+^{\mathrm{n}} - \Phi_-^{\mathrm{n}}}{\Phi_+ - \Phi_-} = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$$

Dividindo o *n-ésimo* termo desta série pelo termo anterior, tende a Φ à medida que n aumenta. Como segue:

$$\frac{2}{1} = 2;\ \frac{3}{2} = 1,5;\ \frac{8}{5} = 1,6;\ \frac{13}{8} = 1,625;\ \frac{89}{55} = 1,61818...\ ;\ \frac{6765}{4181} = 1,6180339...$$

Também existe outra forma de representar as particularidades da sequencia de Fibonacci e a sua relação com a razão áurea através da representação geométrica como mostra a figura.

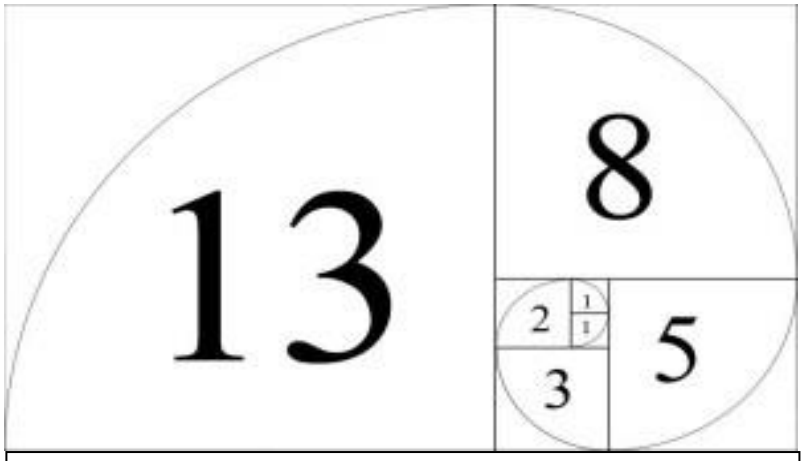

Figura 6 – Representação geométrica da sequencia de Fibonacci.
Fonte: https://sophiaofnature.wordpress.com

Neste casso foram anexados dois quadrados com lado de tamanho 1, tornando-se um retângulo 2x1, onde o lado maior é a soma dos lados do quadrados iniciais. Ao anexar outro quadrado agora de lado igual a 2, terá um retângulo 3x2. Seguindo

anexando mais quadrados com lados iguais ao maior comprimento dos retângulos obtidos chega-se a sequencia dos próximos quadrados: $3, 5, 8, 13, 21, \ldots$

- **Triângulo de Pascal relacionado com a sequencia de Fibonacci:**

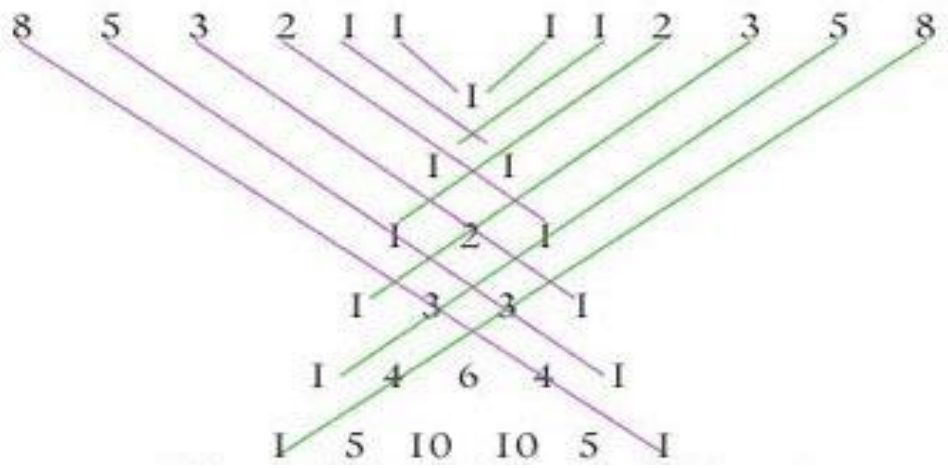

Figura 7 – Triângulo de Pascal e Sequência de Fibonacci.
Fonte: http://www.chabad.org.br.

Em ambas a partir do número três, o quociente da razão entre o um número e seu antecessor fica cada vez mais próximo da constante real perfeita, ou seja, o número de ouro.

4. A MÁSCARA DE PHI

A busca pela beleza idealizada pela mídia e a sociedade faz com que cada vez mais pessoas busquem incansavelmente atingi-la. Assim, foi estudado e adaptado aos olhos humanos uma técnica onde é possível fazer uma diferença entre o que é bonito e o que é feio. Para obter um rosto “matematicamente perfeito”, o cirurgião plástico Steven Marquardt criou uma máscara, denominada Máscara de *Phi*, a qual é fundamentada em sequências matemáticas.

Veja:

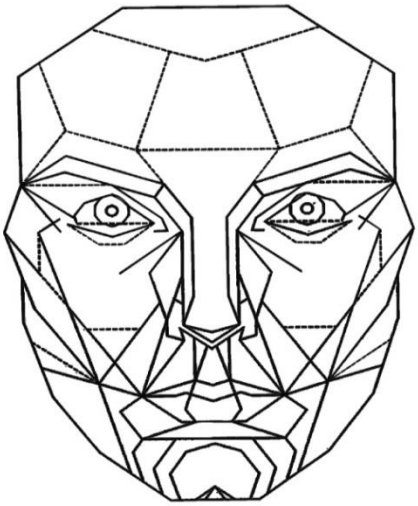

Figura 8 – Máscara de *Phi*.
Fonte: http://image.glamourdaze.com

Segundo o Blog Matemáticos de Mogi, o nome *Phi* foi dado à máscara em homenagem ao escultor e arquiteto Fídias responsável por estruturar o *Partenon*. As sequências matemáticas foram baseadas no “triângulo de ouro” tendo a relação do lado maior pelo menor de $1{,}618$. Para que uma pessoa seja considerada “matematicamente bela” a máscara deve-se ajustar adequadamente a cada parte do seu rosto.

Por isso a máscara Marquardt foi rotulada como a fórmula da beleza, veja:

A altura da testa= altura do nariz;
Altura do nariz = 1/3 inferior a do rosto;
Largura do nariz= largura dos olhos;
Distância interocular= largura do nariz;
Distância entre os olhos = largura dos olhos;
Largura da boca = 1,5 x largura do nariz;
Largura da face = 4x largura do nariz.
(Blog Matemáticos de Mogi)

A imagem da celebridade a seguir, se enquadra nos padrões de beleza da matemática, visto que aos nossos olhos é possível notar que isso é verdade, ou seja, a atriz Angelina Jolie é “matematicamente perfeita”, neste sentido a mascara de *phi* veio de certa forma comprovar tal afirmação. Veja como ficou:

Figura 9 – Angelina Jolie.
Fonte: http://weknowyourdreams.com

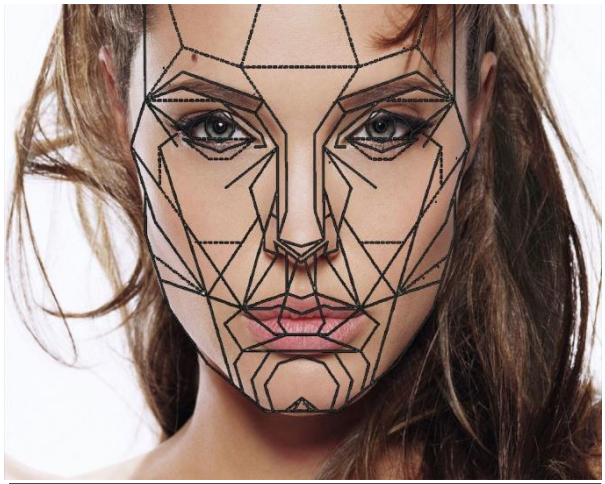

Figura 10 – Angelina com a máscara de Phi.
Fonte: Arquivo Pessoal

A pessoa que tem um rosto que não se enquadra nas medidas da máscara de *phi* pode ser considerada como feia ou fora dos padrões que a mídia e a sociedade impõem. A modelo a qual será utilizada a seguir é considerada a mulher “mais feia do mundo” a americana Lizzie Velasquez de 26 anos de idade, sofre de uma doença rara que faz com que a mesma não consiga engordar e que tenha um envelhecimento precoce, o que consequentemente fez com que um de seus olhos cegasse.

Veja a baixo o que aconteceu ao se colocar o rosto desta mulher na máscara de phi:

Figura 7 – Lizzie Velasquez.
Fonte: http://time.com/3751981

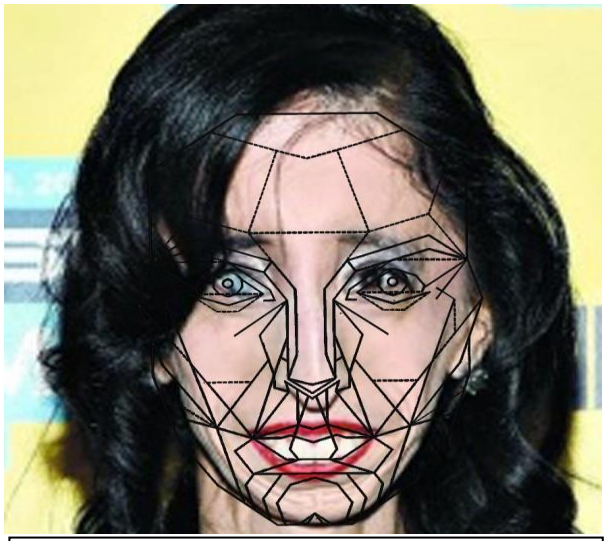

Figura 8 – Lizzie com a máscara de Phi.
Fonte: http://time.com/3751981

Note que a máscara não se encaixou perfeitamente ao rosto de Lizzie, pois as suas medidas faciais não são consideradas “matematicamente perfeitas”, mas para que o rosto dela chegue à “perfeição” será necessário usar as proporções da máscara de *phi*, a fim de modifica-la com o apoio do *software Cs Adobe Photoshop*, pois o seu rosto possui rugas e manchas que precisam ser amenizadas.

Para usar a máscara de *phi* através do *Photoshop* deve-se ter a máscara em formato de arquivo PSD e em seguida abrir na tela padrão do *software*, para começar a utilização, primeiramente é preciso saber quais ferramentas utilizar como: Filtro → Dissolver → Ferramenta Distorção Progressiva (W) para aumentar ou diminuir as partes desejadas, ferramenta de recuperação do pincel (J) para tirar manchas, rugas ou qualquer outra imperfeição, ferramenta carimbo (S) para clonar pequenas e grandes partes do rosto, ferramenta borracha (E) para apagar erros ou camadas indesejadas, ferramenta caneta (P) para recortar, ferramenta mover (V) para mover partes recortadas, ferramenta varinha mágica (W) para selecionar partes desejadas e para excluir finalizando com a tecla Delete. Mas que para estes procedimentos sejam feitos nas imagens juntamente com a máscara é necessário ter conhecimento de designer gráfico.

Para o procedimento de mudança no rosto de Lizzie, inicialmente foram ajustadas as pupilas nas proporções da máscara e após algumas alterações com o auxilio do *Photoshop* obteve-se um rosto completamente diferente, talvez o que a Lizzie deveria ter se a mesma se enquadrasse ao padrão de beleza exigido. Já no rosto da atriz Angelina Jolie não foi preciso utilizar nenhuma das ferramentas de ajustes de imperfeições, somente as ferramenta mover, ou seja, só clicar e arrastar.

Não se quer aqui de forma alguma forjar uma busca pela beleza tão desejada, mas sim mostrar aquilo que só matemática explica neste caso através da razão áurea a qual também está presente em todas as partes da máscara de *phi*.

Vale salientar que apesar de ser considerada uma mulher feia Lizzie é uma pessoa extremamente de bem com a vida, porém veja qual seria a aparência que a mesma poderia ter se as proporções do seu rosto se encaixassem na da máscara de *phi*:

Figura 9 – Lizzie Velasquez após modificações.
Fonte: Arquivo Pessoal.

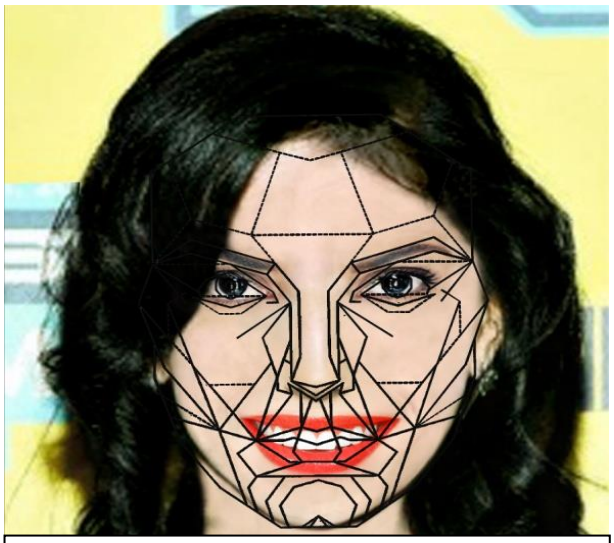

Figura 10 – Lizzie com a máscara.
Fonte: Arquivo Pessoal.

Agora é possível notar que o rosto da então considerada a “mulher mais feia do mundo” encaixa-se perfeitamente na máscara. O auxilio do *software* de edição de imagens também contribuiu para se chegar ao resultado esperado, comprovando que a máscara de ouro realmente define quem está no padrão de beleza que só a matemática explica.

5. CONCLUSÃO

Através da pesquisa realizada acerca da razão áurea e sua utilização ao longo do tempo, pode-se comprovar que a máscara de *Phi* criada pelo cirurgião plástico Steven Marquardt responde as indagações iniciais em relação ao padrão que define se a pessoa é bela ou não. A prova disso foi à utilização das fotos da atriz Angelina Julie e de Lizzie Velasquez, esta ultima necessitou-se fazer algumas modificações em seu rosto através do *Cs Adobe Photoshop*, com isso consegui-se chegar ao que a maioria considera belo, no caso utilizou-se esta mulher para provar a eficácia das medidas do número de ouro na máscara de Marquardt. Conforme as experiências realizadas neste trabalho, pode-se notar a veracidade da máscara de *Phi*, em uma comparação singela, este procedimento é uma versão atualizada das técnicas que Leonardo da Vinci utilizava em suas obras.

6. REFERÊNCIAS

A MITOLOGIA E A VERDADE DA RAZÃO DE OURO. Disponível em: < https://sophiaofnature.wordpress.com/2014/01/07/a-mitologia-e-a-verdade-da-razao-de-ouro/> . Acesso em: 10/10/2015.

BELUSSI, Giuliano Miyaishi *et all*. **NÚMERO DE OURO**. Disponível em: < httpwww.uel.brccematgeometricaartigosST-15-TC.pdf > . Acesso em: 10/10/2015.

Construção do Retângulo de Ouro no GeoGebra. Disponível em: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/19562/index.html?sequence=5> . Acesso em: 05/10/2015.

Número de Ouro. Disponível em: < http://www.matematicadidatica.com.br/NumeroOuro.aspx> . Acesso em: 07/10/2015.

O número de Ouro (Como calcular a razão áurea da face) Disponível em: <http://matematicosdemogi.blogspot.com.br/2014/08/como-calcular-razao-aurea-da-face.html>. Acesso em: 07/10/2015.

Proporção Áurea. Disponível em: < http://www.coladaweb.com/artes/proporcao-aurea. Acesso em: 07/10/2015.

WAGER, Eduardo. **Construções Geométricas. Coleção** do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Ed. 6, 1993. Sociedade Brasileira de Matemática.