



O USO DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES - UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO MÉDIO

Crislene Barbosa Bastos¹, Luana Paula Vilhena Pinheiro², Suellen Cristina Queiroz Arruda³

RESUMO

Este trabalho relata uma experiência docente realizada com alunos do 2º e 3º ano do ensino médio da Escola Enedina Sampaio Melo, com o objetivo de verificar a factibilidade da utilização do programa GeoGebra no ensino de sistemas lineares. A motivação surgiu da comum dificuldade de alunos em construírem manualmente os gráficos associados a esses sistemas, prejudicando a solução dos mesmos por essa via, visto que no ambiente de sala de aula estuda-se somente o conceito e alguns métodos de resolução, ficando obscura a compreensão da sua classificação, e do seu significado geométrico pela via gráfica. Enfatizou-se a análise geométrica de sistemas lineares constituídos por equações com duas ou três incógnitas, em que o uso da ferramenta computacional mostrou-se colaborativa na visualização dos gráficos e na compreensão da classificação quanto às soluções dos mesmos.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Sistemas Lineares. GeoGebra. Gráfico de Funções.

¹ Licenciado em Matemática. Universidade Federal do Pará/Campus Universitário de Abaetetuba
Email: crislene.ufpa@hotmail.com.

² Licenciado em Matemática. Universidade Federal do Pará/Campus Universitário de Abaetetuba
Email: lunapinheiro19@gmail.com.

³ Mestre em Matemática. Professor da Universidade Federal do Pará/Campus Universitário de Abaetetuba. Email: scqarruda@ufpa.br.

1 Introdução

O ensino e a aprendizagem de sistemas lineares há muito tempo ocorre por meio de expressões algébricas, que são desprovidas de situações reais e, concomitantemente, mecanicistas. Para Lima (1993) os sistemas lineares constituem um tópico de grande interesse prático que pode servir de ponto de partida para diversas áreas do conhecimento que possuem caracteres relevantes e atuais. Não obstante, sua abordagem nos compêndios adotado em nossas escolas é, muitas vezes, obsoleta, árida e desmotivada.

As dificuldades dos estudantes em compreender o que de fato é a solução de um sistema linear têm sido pesquisadas por educadores matemáticos como Herrero (2004) apud Pantoja (2008, p. 19), por exemplo, ao destacar que as origens dessa situação são diversas, e dentre as quais se tem a complexidade matemática segundo a qual são tratados os elementos básicos utilizados na resolução desses sistemas, a abstrata forma como o conceito desse tema é trabalhado e a falta de interpretação do significado das soluções encontradas pelos alunos.

Via de regra, dificilmente os alunos aprendem que os valores encontrados na solução são pontos que representam a interseção entre retas ou planos, podendo esta interseção ser apenas uma, várias ou nenhuma. Diante dessa situação, uma estratégia de ensino para viabilizar o entendimento geométrico do conteúdo é a utilização de programas dinâmicos que possibilitam ao aluno interagir com seus elementos, investigando propriedades do objeto matemático e descobrindo os significados dos conceitos estudados, como afirmam Gravina e Santarosa:

As novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, e isto tem reflexos nos processos cognitivos, particularmente no que diz respeito às concretizações mentais. (GRAVINA e SANTAROSA, 1998, p. 10).

É com a finalidade de melhorar a aprendizagem dos alunos por meio da visualização da representação algébrica e gráfica de sistemas lineares que se elaborou o presente trabalho, utilizando o programa matemático GeoGebra na versão 5.0 como ferramenta de ensino das interpretações geométricas de sistemas

de equações lineares, resultado de uma experiência com os alunos do 2º e 3º ano do Ensino Médio da Escola Enedina Sampaio Melo, no município de Igarapé- Miri, Pará.

O trabalho está dividido em três seções: a primeira trata-se de um breve histórico de sistemas lineares e do uso do programa GeoGebra no ensino de sistemas lineares. A segunda relata os procedimentos utilizados na oficina executada com os alunos da Escola Estadual de Ensino Médio Enedina Sampaio Melo. Por fim, a terceira consta de uma análise dos resultados obtidos com os questionários aplicados aos alunos e com a aplicação da oficina.

2 Referencial Teórico

2.1 Breve Histórico de Sistemas Lineares

Nos primórdios das civilizações, a matemática necessitava de um alicerce prático para se desenvolver, e essa base surgiu com a evolução da sociedade. Esse desenvolvimento se deu nos campos, por exemplo, da agricultura e da engenharia a partir da necessidade de criação de projetos extensivos ao longo de alguns dos grandes rios da África e da Ásia, para a drenagem de pântanos, controle de inundações e irrigação, além das práticas financeiras e comerciais. Deste modo, a ênfase inicial da matemática ocorreu na aritmética e na mensuração prática.

Nesse sentido as descobertas da matemática dos povos da região da mesopotâmia deve-se aos materiais de escrita que se preservaram ao longo dos séculos. De acordo com Eves(2011, p. 57) babilônios utilizavam tábulas de argila cozida nas quais haviam inscrições de vários problemas, dentre eles observam-se os que envolviam equações lineares. Já os egípcios usavam pedra e papiros, sendo que nos últimos também constavam problemas que envolviam equações lineares. Dentre os papiros, podemos citar um dos mais antigos e que resistiu graças ao pouco comum clima seco da região, o Papiro de Rhind.

No oriente, chineses e indianos, usavam material muito parecido, dentre os quais casca de árvore e bambu, sendo esse último utilizado para a representação de sistemas de equações lineares, apresentado no capítulo 8 do texto chinês *Os Nove Capítulos da Arte Matemática* (CHIU CHANG SUAN CHU), de autor desconhecido.

No entanto para se ter a teoria relativa a sistemas lineares (conceitos, definição, propriedades e métodos de resolução) usufruímos das contribuições de alguns matemáticos como o suíço Gabriel Cramer (1704-1752) que solucionou um sistema de equações lineares em um caso particular, trabalho esse que foi aprofundado no século XIX pelo alemão Carl Gustav Jacobi (1804-1851). Outras contribuições vieram de Kronecker (1823-1891), o qual buscou solução para sistemas de equações lineares homogêneas, que são sistemas lineares onde todos os termos independentes são iguais a zero, além do trabalhos de Rouché (1832-1910) e Frobenius (1849-1917) que participaram do aperfeiçoamento desse estudo. A necessidade de resolver sistemas lineares foi o que contribuiu para o surgimento de outros conceitos como matriz e determinante e não o contrário como é ensinado em sala de aula.

2.2 Ensino de Sistemas Lineares com o Auxílio do GeoGebra

De acordo com Petla (2008, p. 08) hoje a utilização de computadores na educação é muito mais diversificada, interessante e desafiadora, do que simplesmente a de transmitir informação ao aprendiz. Entende-se que o computador pode ser utilizado para enriquecer o ambiente de aprendizagem e auxiliar o aprendiz no processo de construção do seu conhecimento, analisando o fato de estarmos em uma sociedade movida pela tecnologia com os mais variados recursos para proporcionar estudos diferenciados dos existentes no século passado. Incorporar o auxílio computacional no processo de absorção e compreensão dos conteúdos matemáticos torna-se importante, pois os mesmos despertam nos alunos a curiosidade, esclarecem dúvidas e auxiliam a compreensão e fixação dos conteúdos estudados. Com esta ideia, buscam-se caminhos utilizando recursos tecnológicos para o ensino de sistemas lineares tendo como base a sua representação gráfica e participação direta no processo de aprendizagem. Um desses recursos é o programa GeoGebra que proporciona um ambiente diferenciado e dinâmico aos alunos para facilitar a visualização geométrica do objeto em discussão, associando, por exemplo, suas soluções com as posições relativas das retas ou do plano.

O GeoGebra é um programa matemático livre, podendo ser instalado em computadores e tablets através do endereço eletrônico <http://www.geogebra.org>. Tem por objetivo principal fazer com que o estudo da matemática seja mais

Relato de Experiência Jornada de Estudos em Matemática, 2., 2016, Marabá. ISSN 2448-4342

dinâmico e de fácil entendimento, fazendo com que desperte o interesse do aluno pela busca constante do conhecimento matemático. Trata-se de um programa que pode ser utilizado nos vários níveis de ensino e reúne uma quantidade bastante significativa de ferramentas que engloba a geometria, a álgebra e o cálculo. Além de ensinar conteúdos matemáticos, também propicia ao aluno, utilizando desses conhecimentos estudados em sala de aula, criar animações de objetos do cotidiano como cavalos, carros, bicicletas, casas, nuvens, sol, dentre outros. O GeoGebra na sua versão 5.0 tem um diferencial que amplia sua base de visualização que é a sua janela de tridimensionalidade (janela 3D), antes inexistente. É um programa de simples manuseio devido sua barra de menu explicar e orientar detalhadamente o que deve-se fazer com o passar do cursor do mouse sobre o botão, sendo assim os alunos aprendem sozinhos a criar ou construir o que desejam.

3 Descrição da experiência

A oficina de ensino foi realizada com 19 alunos da Escola Estadual de Ensino Médio Enedina Sampaio Melo, dentre esses 13 cursam o 3º ano e 6 alunos frequentam o 2º ano, além da participação de um professor de matemática da instituição. Devido a inexistência de um laboratório de informática na escola, a execução da oficina ocorreu no Pólo Universitario da UAB em Igarapé-Miri desenvolvida da seguinte forma:

1ª Etapa: Questionário 1

Para aplicação do questionário foram utilizados dois modelos, de formulários um destinado aos alunos do 2º ano e outro para os alunos do 3º ano do ensino médio, visto que os alunos do 2º ano ainda não haviam estudado o tema sistemas de equações lineares. O questionário destinado aos alunos do 2º ano possuía oito questões objetivas que visavam investigar se os mesmos conheciam o programa GeoGebra e se os professores utilizavam computadores nas aulas de matemática. Já o questionário do 3º ano possuía sete questões objetivas que visavam além da investigação sobre o programa e a utilização de computador nas aulas de matemática, avaliar o conhecimento sobre a interpretação geométrica dos sistemas lineares visto que eles estudaram o conteúdo no ano anterior.

2ª Etapa: Execução da oficina

Após analisar as respostas do questionário 1, a oficina iniciou-se com um breve histórico de sistemas de lineares e a importância do uso da tecnologia para melhorar o entendimento do conteúdo. No histórico mostrou-se a origem da Matemática, sua evolução até o surgimento dos primeiros sistemas lineares e as contribuições de grandes matemáticos para o avanço dessa teoria. Em seguida, alguns conhecimentos básicos foram lembrados como ponto, reta, plano e suas representações algébricas, mostrando aos alunos que planos ou retas são denominadas paralelas quando não tem nenhum ponto em comum, concorrentes quando tem um ponto em comum e coincidentes quando tem todos os seus pontos em comum. Além disso, explicou-se o conceito de equação linear, bem como sua solução, por conseguinte que a união de equações formam sistemas de equações lineares cuja classificação quanto as possíveis soluções podem ser: SPD (sistema possível e determinado, assim chamado quando o sistema tem apenas uma solução), SPI (sistema possível e indeterminado, é quando um sistema possui mais de um solução) e SI (sistema impossível, quando o sistema não possui solução).

A partir deste momento, apresentou-se o programa GeoGebra, denotando suas principais funções, sua barra de menu (botão arquivo, editar, ixibir e o ajuda) , barra de ferramentas (botões mover, ponto, reta, polígono, círculo e todos os botões de mais opção referente a cada um deles), assim como a janela de álgebra, janela de visualização 2D e 3D e campo entrada. A medida que mostrava-se as barras de ferramentas do programa e a constituição dos elementos matemáticos (ponto, reta, plano, equações) os alunos também os desenvolviam na tela de seus computadores. Posteriormente, mostrou-se as construções geométricas de sistemas lineares ensinando os alunos a identificar as possíveis soluções através da visualização dos gráficos no plano e no espaço, classificando-os em SPI ou SPD ou SI. A seguir são apresentadas imagens de alguns exemplos de sistemas lineares resolvidos pelos alunos utilizando o programa GeoGebra.

Na representação gráfica do sistema $A = \begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$ tem-se duas retas que possuem apenas um ponto em comum, ou seja, retas concorrentes, logo o sistema possui uma só solução, sendo possível e determinado, como pode ser verificado na figura 1 a seguir:

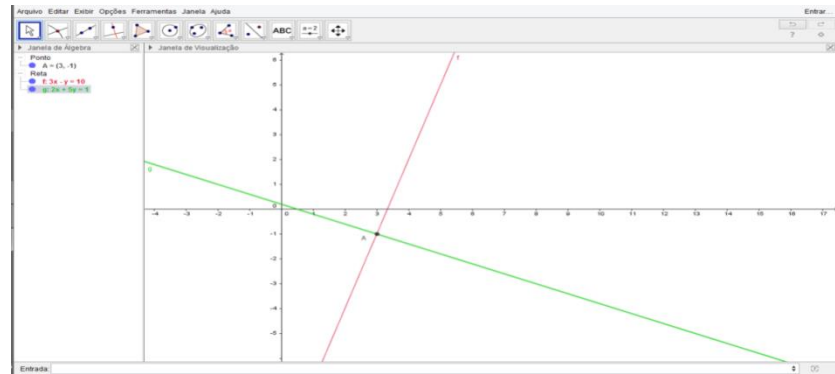


Figura 1 - Sistema A, possível e determinado

Fonte: Capturado da janela de visualização 2D do Geogebra.

A representação gráfica do sistema $B = \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 2 \\ 4x + 4y - z = 4 \end{cases}$, figura 2 a seguir,

apresenta dois planos coincidentes e o terceiro os intercepta em uma reta, como uma reta tem infinitos pontos, tem-se infinitas soluções nesse sistema, portanto um sistema possível e indeterminado.

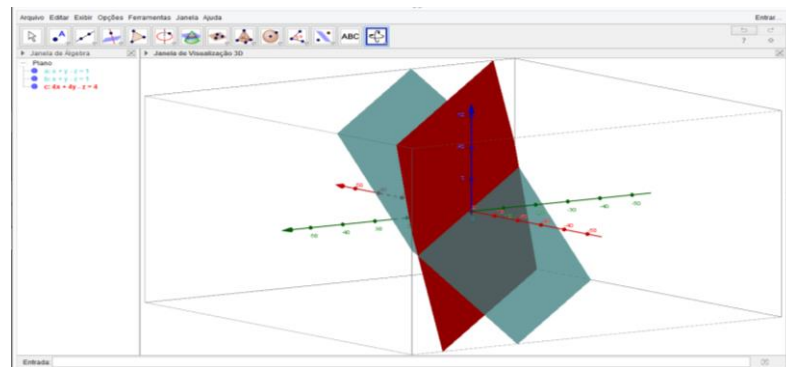


Figura 2 - Sistema B, possível e indeterminado.

Fonte: Capturado da janela de visualização 3D do Geogebra.

Nestas construções os alunos utilizaram apenas o campo de entrada para escrever as equações dos sistemas lineares. Além da construção dos gráficos, as propriedades das construções de cada elemento foram alteradas como mudança de cor, espessura e estilo dos planos, retas e ponto, a fim de que os alunos explorassem ainda mais o programa.

3ª Etapa: Questionário 2.

Ao final da oficina executada de forma única para os alunos de ambas os anos, aplicou-se um questionário composto por sete questões objetivas com o

propósito de analisar a possível contribuição da oficina para o entendimento do assunto e a utilização do programa GeoGebra no ensino da matemática.

4 Análise dos Resultados

Ao analisar as respostas do questionário 1 aplicado aos alunos do 2º ano observou-se a unanimidade com relação a não utilização do laboratório de informática nas aulas de matemática. Notou-se que 84% dos entrevistados não conheciam nenhum programa que trabalhasse os conteúdos matemáticos. A não utilização do laboratório de informática também foi constatada nas respostas dos alunos do 3º ano, dos quais 77% responderam não estudar assuntos matemáticos utilizando o computador, fato que embasa a singularidade a cerca de não conhecer nenhum programa matemático. Além disso, 46,5% dos alunos do 3º ano afirmaram não lembrar como identificar as soluções dos sistemas lineares. Com relação a proposta de ensino de sistemas lineares com o uso do GeoGebra, 61,5% acreditam ser ótima a utilização do programa nas aulas, 15% consideram bom, regular 7,5% e 15% escreveram que não sabiam responder.

No questionário 2 obteve-se que 95% dos alunos acham ótimo o uso do programa matemático na absorção do conteúdo, 89,5% conseguem identificar graficamente as possíveis soluções de sistemas lineares 2×2 e 3×3 . Ademais, constatou-se que 89,5% afirmaram que o programa é ótimo e gostariam de saber e conhecer mais o GeoGebra, o que se confirma no fato de que 95% disseram ter compreendido o conteúdo através do programa e gostariam de continuar estudando matemática com o auxílio do computador o que gerou unanimidade na aceitação da oficina de ensino. Desta forma, nota-se que a maioria dos alunos, apesar de algumas dificuldades no manuseio do programa superadas ao longo da oficina, relataram que o auxílio do programa GeoGebra permitiu um melhor entendimento do tema sistemas lineares, mostrando que o computador serve como instrumento metodológico de ensino-aprendizagem na construção do conhecimento.

5 Considerações finais

A experiência com os alunos do 2º e do 3º ano do ensino médio da escola Enedina Sampaio Melo, mostrou-se muito relevante tanto para a formação e

experiência das ministrantes quanto para os alunos que desmonstraram interesse em aprender sistemas lineares fazendo uso de tecnologia, evidenciando a importância do ensino da matemática com o auxílio de programas matemáticos, demonstrando aos alunos e professores uma alternativa de utilizar o computador como instrumento que contribui para transmissão do conhecimento matemático, por meio do dinamismo e leveza, mas ainda mantendo a atenção dos aprendizes, além de instigá-los a quererem saber mais.

Com a execução da oficina de ensino pode-se constatar a importância do uso do programa GeoGebra no ensino da matemática, o qual auxiliou na aprendizagem dos alunos e ajudou na construção do processo de conceituação das representações gráficas dos sistemas lineares 2×2 e 3×3 , mostrando que a matemática não é uma disciplina mecanicista.

Diante do exposto, espera-se que este trabalho possa contribuir significativamente no desenvolvimento do conhecimento a partir da utilização de programas, possibilitando novas perspectivas para o estudo de sistemas lineares, e assim proporcionar um melhor entendimento dos significados das soluções, trazendo assim para as aulas um maior envolvimento dos alunos a partir da inclusão da tecnologia no conteúdo matemático.

6 Referências

ANDRADE, L. S.; KAIBER, C. T. A formação de professores em matemática e os registros de representação semiótica. Comunicação Científica apresentado no X Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí/RS, 2009.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. Coleção Tendências em Educação Matemática.

DANTE, L. R. Matemática. Volume único. São Paulo: Ática, 2005.

EVES, H. Introdução à história da matemática. Tradução Hygino H. Domingues. 5.ed. Campinas, São Paulo: Unicamp, 2011.

FELICIO, A.; GUIZZO, M. A. Software GeoGebra: uso didático nas aulas de matemática e informática educacional das series finais do ensino fundamental. 30 f. Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização em Práticas Pedagógicas Multidisciplinares na Educação Básica e Gestão. Criciúma, SC, 2009.

FERREIRA, M. C. C.; GOMES, M. L. M. Uma experiência sobre ensino de sistemas lineares. In: RPM, nº. 32. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.

JORDÃO, A. L. I. Um estudo sobre a resolução algébrica e gráfica de sistemas lineares 3×3 no Ensino Médio. 2011. 192f. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

LIMA, E. L. Sobre o ensino de sistemas lineares. Revista do Professor de Matemática, n.23, 1º semestre 1993.

PANTOJA, L. F. L. A conversão de Registros de Representações Semióticas no Estudo de Sistemas de Equações Algébricas Lineares. 2008. 105p. Dissertação de Mestrado do em Educação em Ciências e Matemáticas do Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica – Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.

PETLA, R.J. GeoGebra- Possibilidades para o Ensino de Matemática, Unidade Didática no Programa de Desenvolvimento Educacional PDE, Universidade Federal do Paraná, União da Vitória, 2008.

PIMENTA, G. V.; SILVA, G. B. D. da.; EUFRÁSIO, A dos R.; PORTO, A. A.; VIEIRA Jr, N. Os Modelos Mentais relacionados ao aprendizado de Sistemas Lineares no Ensino Superior. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.5, n.1, p.205-226, maio 2012.

PONTE, J. P. da. Números e álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores – Actas do XIV EIEM (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE, 2006.

SOUSA, F. B. de. TCC: Alguns métodos de resolução e discussão e a implementação com o uso de software matemáticos. Marabá/PA: UFPA, 2014.

SOUSA, M. C. de. TCC: Sistemas de equações lineares: uma análise das soluções utilizando o programa computacional GeoGebra. Abaetetuba/PA: UFPA, 2013.